

Umkehrfunktion und Ableitung 2

Im weiteren werde mit f^{-1} die Umkehrfunktion mit der Wertemenge $[1; \infty[$ bezeichnet.

2. a) Berechne die Ableitungen von f und f^{-1} direkt durch Anwendung der bekannten Ableitungsregel.

b) Berechne jetzt die Ableitung von f^{-1} durch Anwendung des Satzes über die Ableitung der Umkehrfunktion.

c) Veranschauliche die Aussage dieses Satzes im Koordinatensystem von 1.c) an der Stelle $x = 2$. (Es gibt zwei Möglichkeiten der Veranschaulichung an der Stelle $x = 2$: an G_f und an $G_{f^{-1}}$.)

d) Überprüfe deine Ergebnisse und Veranschaulichungen durch Berechnungen:

$$f(2) =$$

$$f'(2) =$$

$$f^{-1}(-2) =$$

$$(f^{-1})'(-2) =$$

$$f^{-1}(2) =$$

$$(f^{-1})'(2) =$$

$$f(1+\sqrt{3}) =$$

$$f'(1+\sqrt{3}) =$$

3. Sei $L: x \rightarrow y = L(x) = \ln x$ mit $D_L = \dots$ und $W_L = \dots$ und $E: x \rightarrow y = E(x) = e^x$ mit $D_E = \dots$ und $W_E = \dots$

a) Begründe: L ist in D_L und E ist in D_E umkehrbar und es gilt: $L^{-1} = E$ und $E^{-1} = L$.

b) Warum ist $L'(x) = 1/x$?

c) Bestimme den Term der Ableitungsfunktion E' von E als Umkehrfunktion von L .

d) Zur Übung: Bestimme den Term der Ableitungsfunktion L' von L als Umkehrfunktion von E .