

Gegeben ist die gebrochenrationale Funktion  $f$  mit  $f(x) = p(x) / q(x)$ .

Ihr Zählerpolynom  $p(x)$  hat die Form  $(x-x_0)^r g(x)$ , wobei  $g(x_0) \neq 0$ , ihr Nennerpolynom  $q(x)$  hat die Form  $(x-x_0)^s h(x)$ , wobei  $h(x_0) \neq 0$

$s = 0$

$f$  ist bei  $x_0$  definiert.

$G_f$  hat bei  $x_0$  einen Punkt.

$s > 0$

$f$  ist bei  $x_0$  nicht definiert,  $x_0$  ist also Definitionslücke von  $f$ .

$r \geq s$

$f(x)$  kann mit  $(x-x_0)^s$  gekürzt werden.

Danach ist  $x_0$  nicht mehr Nullstelle des Nenners,  
aber noch  $(r-s)$ -fache Nullstelle des Zählers.

$G_f$  hat bei  $x_0$  ein "Loch".

$f(x)$  kann mit  $(x-x_0)^r$  gekürzt werden.

Danach ist  $x_0$  nicht mehr Nullstelle  
des Zählers, aber noch  $(s-r)$ -  
fache Nullstelle des Nenners.

$f$  hat bei  $x_0$  eine Unendlichkeitsstelle  
(einen Pol) der Ordnung  $s-r$ .

$r \geq 1$

$x_0$  ist Nullstelle von  $f$ .

$r = 0$

$x_0$  ist  
nicht  
Nullstelle von  $f$ .

$r-s \geq 1$

Das "Loch" liegt auf der  $x$ -Achse.

$r-s = 0$

Das "Loch" liegt  
nicht  
auf der  $x$ -Achse.

$r > 1$

$x_0$  ist mehrfache Nullstelle von  $f$ .

$G_f$  hat bei  $x_0$   
die  $x$ -Achse als Tangente ...

$r = 1$

$x_0$  ist einfache  
Nullstelle von  $f$ .

$r-s > 1$

$G_f$  hat bei  $x_0$   
die  $x$ -Achse als Tangente ...

$r-s = 1$

$G_f$  schneidet bei  
 $x_0$  die  
 $x$ -Achse

$r = 3,5,7,\dots$   
... mit  
Vorzeichen-  
wechsel bei  $x_0$

$r = 2,4,6,\dots$   
... ohne  
Vorzeichen-  
wechsel bei  $x_0$

$s-r = 1,3,5,\dots$   
... mit  
Vorzeichen-  
wechsel bei  $x_0$

$s-r = 2,4,6,\dots$   
... ohne  
Vorzeichen-  
wechsel bei  $x_0$

