

Gegeben ist die gebrochenrationale Funktion f mit $f(x) = p(x) / q(x)$.

Ihr Zählerpolynom $p(x)$ hat die Form $(x-x_0)^r g(x)$, wobei $g(x_0) \neq 0$, ihr Nennerpolynom $q(x)$ hat die Form $(x-x_0)^s h(x)$, wobei $h(x_0) \neq 0$

$s = 0$

f ist bei x_0 definiert.

G_f hat bei x_0 einen Punkt.

$s > 0$

f ist bei x_0 nicht definiert, x_0 ist also Definitionslücke von f .

$r \geq s$

$f(x)$ kann mit $(x-x_0)^s$ gekürzt werden.

Danach ist x_0 nicht mehr Nullstelle des Nenners,
aber noch $(r-s)$ -fache Nullstelle des Zählers.

G_f hat bei x_0 ein "Loch".

$r < s$

$f(x)$ kann mit $(x-x_0)^r$ gekürzt werden.

Danach ist x_0 nicht mehr Nullstelle
des Zählers, aber noch $(s-r)$ -
fache Nullstelle des Nenners.

f hat bei x_0 eine Unendlichkeitsstelle
(einen Pol) der Ordnung $s-r$.

G_f hat bei x_0 eine
senkrechte Asymptote ...

$r \geq 1$

x_0 ist Nullstelle von f .

$r = 0$

x_0 ist
nicht
Nullstelle von f .

$r-s \geq 1$

Das "Loch" liegt auf der x -Achse.

$r-s = 0$

Das "Loch" liegt
nicht
auf der x -Achse.

$r > 1$

x_0 ist mehrfache Nullstelle von f .
 G_f hat bei x_0
die x -Achse als Tangente ...

$r = 1$

x_0 ist einfache
Nullstelle von f .

$r-s > 1$

G_f hat bei x_0
die x -Achse als Tangente ...

$r-s = 1$

G_f schneidet bei
 x_0 die
 x -Achse

$r-s = 3,5,7, \dots$

... mit
Vorzeichen-
wechsel bei x_0

$r-s = 2,4,6, \dots$

...ohne
Vorzeichen-
wechsel bei x_0

$s-r = 1,3,5, \dots$

... mit
Vorzeichen-
wechsel bei x_0

$s-r = 2,4,6, \dots$

... ohne
Vorzeichen-
wechsel bei x_0

